

Zad. 1 Policz i narysuj dystrybuantę zmiennej losowej o rozkładzie dwumianowym $X \sim B(n = 4, p = 1/2)$.

Zad. 2 Załóżmy, że dystrybuanta zmiennej losowej X jest dana jako

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1/2, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

Jaki jest rozkład zmiennej losowej X ?

Zad. 3 Załóżmy, że rzucamy trzema kośćmi do gry. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wypadnie przynajmniej jedna szóstka?

Zad. 4 Niech $X \sim U(0, 10)$. Policz dystrybuantę zmiennej losowej X . Ile wynoszą prawdopodobieństwa zdarzeń: $X > 7$, $1 \leq X \leq 3$, $X > 11$, $X < 8$?

Zad. 5 Zweryfikuj własność braku pamięci rozkładu wykładniczego, tzn. dla dowolnych $s, t > 0$ zachodzi

$$P(X > t + s | X > s) = P(X > t),$$

gdzie $X \sim Exp(\lambda)$.

Zad. 6 Pokaż, że jeśli $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, to dla zmiennej losowej $Y = \frac{X-\mu}{\sigma}$ mamy $X \sim N(0, 1)$.

Zad. 7 Niech X ma rozkład ciągły z dystrybuantą F_X . Pokaż, że zmienna losowa $Y = F_X(X)$ ma rozkład jednostajny na odcinku $(0, 1)$.

Zad. 8 Niech $X \sim N(0, 1)$. Jaka jest gęstość $f_Y(y)$ zmiennej losowej $Y = X^2$?

Zad. 9 Niech X ma rozkład

$$P(X = i) = \frac{2i}{n(n+1)}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Znajdź $E(X)$.

Zad. 10 Niech X będzie zmienną losową o wartości oczekiwanej $E(X) = \mu$. Jaka jest wartość oczekiwana zmiennej losowej $aX + b$?

Zad. 11 Znajdź wartość oczekiwaną zmiennej losowej $X \sim U(a, b)$.

Zad. 12 Policz $E(g(X))$, gdzie $X \sim Exp(\lambda)$ i $g(x) = x^2$.

Zad. 13 Niech $X \sim N(0, 1)$. Policz $E(X^k)$, dla $k \in \mathbb{N}$.

Zad. 14 Policz $Var(X)$, gdzie

i) $X \sim Exp(\lambda)$,

ii) $X \sim U(0, 1)$.