Statystyka Stosowana Lista 7

1. Niech $\mathbf{X} = (X_1, ..., X_n)$ będzie próbą z rozkładu normalnego $\mathcal{N}(m, 1)$.

   a). Obliczyć p - wartość w przypadku weryfikowania hipotezy $H_0 : m = 1$, przy hipotezie alternatywnej $H_a : m > 1$. Przyjąć, że dla $n = 16$ średnia z próby wynosi $\overline{x} = 1.15$. Czy na poziomie istotności $\alpha = 0.01$ są podstawy, by odrzucić H_0?

   b). Obliczyć moc testu z punktu a) przy alternatywie $m = 2$.

   c). Wyznaczyć najmniejszą liczność n próby $\mathbf{X}$ taką, żeby prawdopodobieństwo błędu drugiego rodzaju testu z punktu a) było przy alternatywie $m = 1.5$ mniejsze niż 0.1.

2. W wyniku pomiarów maksymalnej pojemności 20 kondensatorów otrzymano $\bar{x} = 4.5pF$. Zakładając, że maksymalna pojemność kondensatora jest zmienną losową o rozkładzie normalnym $N(m, 0.2)$, na poziomie istotności $\alpha = 0.05$, zweryfikować hipotezę $m = 4.6pF$. Przyjąć hipotezę alternatywną jednostronną. Obliczyć wartość p.

3. Tygodniowe wydatki na żywność mają rozkład normalny $\mathcal{N}(m, \sigma)$. Uważa się, że wartość przeciętna tych wydatków jest wyższa niż 300zł. Zweryfikować prawdziwość tego sądu na pozionie istotności $\alpha = 0.01$, jeśli dla 10 losowo wybranych rodzin otrzymano $\bar{x} = 316$zł i $s^2 = 54$zł.

4. Na pudełkach zapałek napisane jest: średnio 64 zapałki. Celem zweryfikowania hipotezy $H_0 : m = 64$ przeliczono zapałki w $n = 100$ przypadkowo wybranych pudełkach i okazało się, że $\bar{x} = 63$ oraz $s^2 = 25$. Na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ zweryfikować hipotezę zerową H_0, gdy hipoteza alternatywna jest postaci

   a). $H_a : m < 64$,

   b). $H_a : m \neq 64$.

   Obliczyć wartość p w obu przypadkach.

5. Na podstawie danych z dwóch niezależnych próbek o liczności $n_1 = 10$ oraz $n_2 = 20$, wylosowanych z populacji o rozkładach normalnych, otrzymano następujące wartości średnich z prób badanej cechy: $\overline{x} = 14.3$ oraz $\overline{y} = 12.2$. Wariancje cech w obu populacjach są znane i wynoszą $\sigma_1^2 = 22$ i $\sigma_2^2 = 18$, odpowiednio. Zweryfikować hipotezę zerową o równości średnich w obu grupach na poziomie istotności $\alpha = 0.01$. Następnie skonstruować 99% przedział ufności dla różnicy między średnimi wartościami tych cech. Czy można twierdzić, że średnie w obu grupach są takie same?

6. Cechy X i Y w dwóch populacjach mają rozkłady normalne o tej samej wariancji. Z dwóch niezależnych prób prostych o liczebnościach odpowiednio: 100 i 120 obliczono $\overline{x} = 1.15$ i $s_1^2 = 2.4$ (dla I próby) oraz $\overline{y} = 1.05$ i $s_2^2 = 2.3$ (dla II próby). Czy na poziomie istotności $\alpha = 0.25$ można twierdzić, że średnie w tych populacjach są takie same? Przyjąć hipotezę alternatywną jednostronną. Obliczyć wartość p.

7. Pewnej grupie 10 pacjentów leczonych na nadciśnienie podano odpowiedni lek. Wyniki pomiarów ciśnienia tętniczego krwi przed leczeniem (A) i po leczeniu (B) mamy zebrane w poniższej tabeli:

A	220	185	270	285	200	295	255	190	225	330
B	190	175	215	260	215	195	260	150	155	175
D=A-B	30	10	55	25	-15	100	-5	40	70	55

Jak na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ zweryfikować hipotezę, że lek ten powoduje istotny spadek ciśnienia u leczonych pacjentów?

8. W celu sprawdzenia dokładności wskazań pewnego przyrządu wykonano $n = 5$ pomiarów tej wielkości i uzyskano następujące wyniki: 8.99, 8.98, 9.00, 9.01, 9.00. Zakładając, że wyniki pomiarów mają rozkład normalny, na poziomie istotności $\alpha = 0.1$ zweryfikować hipotezę orzekającą, że wariancja pomiarów wynosi 0.0001. Skonstruuj odpowiedni przedział ufności dla wariancji pomiarów.

9. Pewne ugrupowanie polityczne było przekonane, że poparcie Polaków dla wejścia ich kraju do UE nigdy nie przekroczy 53%. Przeprowadzona w czerwcu 2000r. ankieta wśród 1000 dorosłych Polaków dała 57% poparcie starań Polski do UE. Przetestować hipotezę wspomnianego ugrupowania politycznego. Przyjąć poziom istotności $\alpha = 0.025$

10. W zakładzie produkcyjnym o wyjątkowo dużym nasileniu hałasu, wylosowano niezależnie próbę $n = 160$ pracowników i po zbadaniu ich słuchu okazało się, że 68 pracowników ma zakłócenia słyszalności dźwięków o częstotliwości ponad 4000 drgań na sekundę. Zweryfikować hipotezę, że 30% pracowników tego zakładu ma te zakłócenia słuchu w przypadku hipotezy alternatywnej jednostronnej. Przyjąć $\alpha = 0.01$.