

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

Lista 6

1. Wyznaczyć wartość oczekiwaną i wariancję dla zmiennych losowych z zadań 1, 2, 3, 6 i 7 Lista 5.
2. Wyznaczyć wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej losowej $U = -2X^2 + 3$ jeżeli $EX = 2$, $Var X = 1$, $EX^4 = 34$.
3. Rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej X dany jest wzorem

$$P(X = 2^k) = 4 \cdot 5^{-k}, \quad k = 1, 2, \dots$$

Znaleźć $EX, Var X$. Czy istnieje trzeci moment X ?

4. Zmienna losowa X ma rozkład o dystrybuancie

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq 0, \\ 1 - \alpha e^{-x} & \text{dla } x > 0. \end{cases}$$

Znaleźć α i obliczyć EX^k dla $k = 1, 2, 3$.

5. Wylczyć - o ile to możliwe - wartość oczekiwaną i wariancję oraz wyznaczyć medianę i kwartyle ciągłego rozkładu zmiennej losowej X

a) o gęstości

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{dla } 0 \leq x \leq 1, \\ 2 - x & \text{dla } 1 < x \leq 2, \\ 0 & \text{dla pozostałych } x; \end{cases}$$

b) o gęstości $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$;

c) o dystrybuancie

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq 0, \\ x^2 & \text{dla } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{dla } x > 1. \end{cases}$$

6. Niech X jest sumą wyrzucanych oczek przy stukrotnym rzucie kostką. Obliczyć EX i $Var X$.
7. Sprawdzany przyrząd składa się z pięciu elementów. Wyniki badania poszczególnych elementów są od siebie niezależne. Prawdopodobieństwo, że element o numerze i nie będzie działał jest równe $p(i) = 0,2 + 0,1(i - 1)$. Obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję ilości działających elementów.