

## Rachunek Prawdopodobieństwa Lista 8

1. Zmienna losowa  $X$  ma standardowy rozkład normalny. Wyznaczyć prawdopodobieństwa
  - a).  $P(X < 1.32)$ ,
  - b).  $P(X > 1.45)$ ,
  - c).  $P(X > -2.15)$ ,
  - d).  $P(-2.34 < X < 1.76)$ .
2. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład normalny  $N(10, 2)$ . Wyznaczyć prawdopodobieństwa
  - a).  $P(X < 13)$ ,
  - b).  $P(X > 9)$ ,
  - c).  $P(6 < X < 14)$ ,
  - d).  $P(2 < X < 4)$ .

3. Niech

$$f(x) = C \exp\{4x - x^2\}.$$

Wyznaczyć stałą  $C$  tak, by  $f$  była gęstością pewnej zmiennej losowej. Nazwać rozkład tej zmiennej. Wskazówka. Jaka jest postać rozkładu  $N(m, \sigma)$  ?

4. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład  $N(m, \sigma)$ . Znaleźć gęstość prawdopodobieństwa  $g(y)$  zmiennej losowej  $Y = \exp(X)$ . Obliczyć  $P(1 < Y < e)$  jeśli  $X \sim N(0, 1/2)$ .
5. Roczny opad deszczu (w cm) w pewnym regionie ma rozkład normalny  $N(100, 10)$ . Jakie jest prawdopodobieństwo, że poczynając od roku bieżącego trzeba będzie poczekać więcej niż 10 lat, aż zdarzy się rok o opadzie rocznym ponad 125 cm ?
6. Długość produkowanych detali ma rozkład  $N(0.9, 0.003)$ . Norma przewiduje wyroby o wymiarach  $0.9 \pm 0.005$ . Jaki procent produkowanych detali nie spełnia wymogów normy?
7. Automat ustawiony na pozycji  $x$  produkuje wałki, których średnica ma rozkład normalny  $N(x, 0.05)$ . Wałek uważa się za dobry jeśli jego średnica  $d$  mieści się w przedziale  $(20.15, 20.25)$ . Jak powinien być ustawiony automat, aby prawdopodobieństwo wykonania braku było najmniejsze? Jaki procentowo udział w całej produkcji będą miały braki naprawialne ( $d > 20.25$ ), a jaki nie naprawialne ( $d < 20.15$ ), jeśli automat ustawiono pomyłkowo na pozycji  $x = 20.25$ .
8. Korzystając z tablic znaleźć wartości kwantyli  $z_{0.05}$ ,  $z_{0.005}$  dla standardowego rozkładu normalnego. Ile wynoszą wartości odpowiednich kwantyli dla rozkładu  $N(5, 9)$ ?
9. W pewnej fabryce średnia miesięczna płaca pracowników zatrudnionych przy produkcji wynosi 3000zł, a jej odchylenie standardowe 300zł. Pan Jacek wie, że 60% pracowników zarabia więcej od niego. Zakładając, że rozkład zarobków pracowników jest normalny obliczyć, ile wynoszą zarobki pana Jacka. (odp. 2922z)

10. Czas sprawnego działania (podany w godzinach) pewnego urzędnika ma rozkład  $N(15, 4)$ . Jaki powinien być okres gwarancji aby tylko 5% urzędników uległo awarii przed jego upływem? (odp. 11 godzin i 42 minuty)
11. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład jednostajny na przedziale  $(-1, 1)$ . Wyznaczyć liczbę  $x$ , dla której  $P(-x < X < x) = 0.9$ .
12. Czas potrzebny do przeprowadzenia pewnego testu krwi ma rozkład jednostajny na przedziale  $(50, 75)$  s. Jaki procent testów
  - a). trwa dłużej niż 70 s.?
  - b). kończy się przed upływem minuty?
13. Niech  $F(x)$  będzie dystrybuantą ciągłej zmiennej losowej  $X$ . Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej  $Y = F(X)$ , przy założeniu, że istnieje funkcja odwrotna do  $y = F(x)$ .
14. Urządzenie składa się z 20 niezależnie działających jednakowych elementów. Czas życia jednego elementu (mierzony w godzinach) ma rozkład wykładniczy z parametrem  $\lambda = 1/500$ . Jakie jest prawdopodobieństwo, że po 1500 godzinach działa co najmniej jeden element?