

Statystyka Stosowana *Lista 3*

1. Punkt startuje z początku układu współrzędnych i porusza się po prostej: przesuwa się o jednostkę w lewo z prawdopodobieństwem 0,5 i o jednostkę w prawo z prawdopodobieństwem 0,5. Przyjmując, że poszczególne przesunięcia są niezależne, wyznaczyć rozkład zmiennej losowej X , gdzie X jest położeniem punktu po sześciu przesunięciach. Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej X^2 .
2. Samochód porusza się po trasie, na której znajdują się 4 sygnały świetlne, działające niezależnie od siebie. Każdy z nich zatrzymuje lub przepuszcza samochód z prawdopodobieństwem $p = 0,5$. Niech X oznacza liczbę sygnałów miniętych przez samochód do momentu pierwszego zatrzymania. Znaleźć rozkład zmiennej losowej X i narysować jej dystrybuantę. Wyznaczyć wartość średnią i wariancję zmiennej losowej X .
3. Dystrybuanta F zmiennej losowej X określona jest następującą tabelką:

x	$(-\infty, -1)$	$[-1, 1)$	$[1, 4)$	$[4, \infty)$
$F(x)$	0	0,4	0,7	1

Wyznaczyć funkcję prawdopodobieństwa tej zmiennej oraz wartość średnią i standardowe odchylenie.

4. Zmienna losowa X ma rozkład o dystrybuancie

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq -1, \\ \frac{x+1}{2} & \text{dla } -1 < x \leq 1, \\ 1 & \text{dla } x > 1. \end{cases}$$

Znaleźć wartość średnią i wariancję zmiennej losowej X .

5. Dobrać stałą A tak, aby funkcja f określona poniżej

$$f(x) = \begin{cases} Ax(1-x) & \text{dla } 0 < x < 1, \\ 0 & \text{poza tym} \end{cases}$$

była gęstością pewnej zmiennej losowej X . Znaleźć dystrybuantę tej zmiennej. Obliczyć $P(0,5 < X < 1,5)$ Wyznaczyć wartość średnią i standardowe odchylenie zmiennej losowej X .

6. Pewne lekarstwo leczy 90% przypadków pewnej choroby. Poddajemy kuracji 20 losowo wybranych chorych. Znajdź prawdopodobieństwo tego, że (a) wszyscy chorzy w naszej próbie zostaną wyleczeni, (b) żaden chory nie zostanie wyleczony, (c) co najmniej jeden chory zostanie wyleczony, (d) wyleczymy dokładnie 18 chorych, (e) wyleczymy dokładnie 90% chorych w naszej próbie.
7. Na podstawie pewnych badań stwierdzono, że zmienna losowa X opisująca procent zanieczyszczeń (100%=1) w próbce rudy miedzi ma rozkład o dystrybuancie

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq 0, \\ x^2 & \text{dla } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{dla } x > 1. \end{cases}$$

Wybrano niezależnie pięć próbek. Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że więcej niż dwie próbki zawierają ponad 75% zanieczyszczeń.

8. Liczba rozmów telefonicznych pojawiających się w centrali telefonicznej w ciągu godziny ma w przybliżeniu rozkład Poissona z parametrem $\lambda = 10$. Obliczyć prawdopodobieństwa (a) 5 rozmów w ciągu godziny, (b) co najwyżej 3 rozmów w ciągu godziny, (c) 15 rozmów w ciągu dwóch godzin, (d) 5 rozmów w ciągu pół godziny.
9. Liczba samochodów, które ulegają wypadkowi w ciągu jednego dnia w danym mieście i wymagają naprawy w warsztacie ma rozkład Poissona z parametrem $\lambda = 10$. Jaka jest najbardziej prawdopodobna liczba samochodów, które ulegną wypadkowi? Jaka jest wartość oczekiwana liczby samochodów, które ulegną wypadkowi? Ile miejsc do naprawy należy przygotować, aby z prawdopodobieństwem większym niż 0,95 było wolne miejsce dla uszkodzonego samochodu.
10. Ile średnio rodzynek powinno zawierać ciasto, żeby z prawdopodobieństwem 0.99 lub więcej dane ciasto zawierało przynajmniej jedną rodzynekę?