

STATYSTYKA MATEMATYCZNA

Lista 3

1. **DOM** Badanie długości pracy T (w godzinach) 200 lamp dało następujące

Nr grupy i	Granice grupy $[x_{i-1}, x_i)$	Liczebność grupy n_i
1	[0, 300)	53
2	[300, 600)	41
3	[600, 900)	30
4	[900, 1200)	22
5	[1200, 1500)	16
wyniki: 6	[1500, 1800)	12
7	[1800, 2100)	9
8	[2100, 2400)	7
9	[2400, 2700)	5
10	[2700, 3000)	3
11	[3000, 3300)	2
12	[3300, A)	0

(a) Narysować histogram. (b) Porównać go z wykresem gęstości rozkładu wykładniczego z parametrem $\lambda = 0,00115$. (c) Dla kilku wybranych przedziałów porównać części wypadania obserwacji do przedziału z prawdopodobieństwem liczonym przy założeniu gęstości teoretycznej. (d) Obliczyć empiryczną wartość oczekiwaną i wariancję i porównać z wartościami teoretycznymi.

2. **DOM** Wygenerować (przy pomocy komputera) 400 liczb z rozkładu jednostajnego $U(0,1)$. (a) Narysować histogram i obliczyć średnią, medianę, wariancję oraz kwartył dolny i górny z próby oraz porównać je z rzeczywistymi wartościami tych parametrów. (b) Następnie pogrupować wygenerowane liczby na 40 ciągów 10-elementowych i obliczyć w każdej grupie średnią. Powtórzyć punkt (a) dla czterdziestu uzyskanych średnich. Do gęstości jakiego rozkładu (na mocy centralnego twierdzenia granicznego) będzie bliski histogram dla średnich?

3. **DOM**

a) Siłownia reklamuje program odchudzający twierdząc, że ćwiczący zmniejsza swój obwód w talii w ciągu 5 dni ćwiczeń średnio o 2 cm. Zmierzono obwody w talii 6 mężczyzn biorących udział w programie przed rozpoczęciem ćwiczeń oraz po upływie 5 dni. Otrzymano wyniki w centymetrach: 95.5 (przed) i 93.9 (po); 98.7 (przed) i 97.4 (po); 90.4 (przed) i 91.7 (po); 115.9 (przed) i 112.8 (po); 104.0 (przed) i 101.3 (po) oraz 85.6 (przed) i 84.0 (po). Założyć normalny rozkład różnic obwodów przed i po 5 dniach ćwiczeń. Znaleźć przedział ufności dla średniego zmniejszenia obwodu na poziomie ufności 0.95. Czy otrzymany wynik świadczy, że twierdzenie siłowni jest uzasadnione?

b) Firma reklamowa stara się ustalić jaki procent Polaków ogląda pewien program sportowy.

1) Ilu ludzi powinno się przepytac jeżeli chcemy mieć 90% pewność, że długość przedziału ufności dla frakcji Polaków oglądających ten program jest nie większa niż 0.02 ? (przyjąć $\hat{p} = 0.5$)

- 2) Niech n będzie rozmiarem próby ustalonym w punkcie 1. Okazuje się, że 23% Polaków z próby o rozmiarze n ogląda ten program. Skonstruuj 90% przedział ufności dla frakcji wszystkich Polaków oglądających ten program.
4. Celem zbadania głębokości utleniania płytek półprzewodnikowych dokonano pomiarów tej wielkości dla 24 losowo wybranych płytek i otrzymano następujące wyniki (w angstromach):

425, 431, 416, 419, 421, 436, 418, 410, 431, 433, 423, 426,

410, 435, 436, 428, 411, 426, 409, 437, 422, 428, 413, 416.

Wyznaczyć wartości estymatorów następujących parametrów charakteryzujących populację płytek półprzewodnikowych:

- średniej głębokości utleniania,
 - odchylenia standardowego głębokości utleniania,
 - mediany głębokości utleniania,
 - frakcji elementów, dla których głębokość utleniania jest większa niż 430 angstromów.
5. Dopamina jest związkiem chemicznym, który bierze udział w przekazywaniu sygnałów do mózgu. Farmakolog zmierzył ilość dopaminy w mózgu u siedmiu szczurów. Poziomy dopaminy były następujące (w nmolach/g):
6.8 5.3 6.0 5.9 6.8 7.4 6.2
- Oblicz średnią i standardowe odchylenie.
 - Oblicz medianę i rozstęp międzykwartyłowy.
 - Oblicz współczynnik zmienności.
 - Zastąp obserwację 7.4 przez 10.4 i powtórz kroki a i b. Które z obliczonych statystyk są odporne a które nie ?
6. Proponowany rozmiar próby do oceny przeciętnego poziomu cholesterolu u pracujących dorosłych wynosi 1000. Jaki rozmiar próby jest potrzebny aby czterokrotnie zredukować odchylenie standardowe średniej ?
7. Wiadomo, że odchylenie standardowe wagi noworodków wynosi 500 g. Jaki powinien być rozmiar próby, żeby standardowe odchylenie średniej wagi noworodków w próbie było mniejsze niż 150 g.
8. Niech (X_1, \dots, X_n) będzie próbą z rozkładu normalnego z parametrami $m = 1.6$ i σ . Obliczyć:
- $P(|\bar{X}| > 2)$, gdy $n = 16$ i $\sigma = 3$,
 - $P(\bar{X} < 0.78)$, gdy $n = 100$ a nieznanne σ jest oszacowane przez $S = 3.3$.
9. Niech $X = (X_1, \dots, X_n)$ będzie próbą z rozkładu normalnego z parametrami μ i $\sigma = 2$. Obliczyć:
- $P(S^2 < 4.3)$, gdy $n = 18$,

- $P(S^2 > 3.9)$, gdy $n = 51$.
10. Rozkład płac pracowników w pewnej firmie jest normalny z wartością średnią $m = 3$ tys.zł. Wybrano losowo 25 pracowników. Obliczyć prawdopodobieństwo, że średnia płaca wylosowanych pracowników jest większa od 2.8tys.zł, jeśli wariancja płacy pracowników tej firmy jest równa $\sigma^2 = 1.44$.
 11. Średnia liczba punktów w teście kwalifikacyjnym na pewnej uczelni wynosi $m = 60$. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w losowo wybranej grupie 150 kandydatów na studentów tej uczelni, średnia w próbie będzie różniła się od średniej dla ogółu kandydatów o mniej niż 15 punktów, jeśli dla tej próby wariancja liczby uzyskanych punktów wynosi $s^2 = 400$.
 12. Zużycie wody (w hektolitrach) w pewnym osiedlu w ciągu dnia ma rozkład $\mathcal{N}(m, 11)$. Policzyć prawdopodobieństwo, że empiryczna wariancja zużycia wody w losowo wybranym kwartale nie przekroczy 100 hl.
 13. Czas pracy pewnego rodzaju baterii ma rozkład $\mathcal{N}(m, 70)$. Wyznaczyć przedział ufności na poziomie ufności 0.95 dla przeciętnego czasu pracy tego typu baterii, jeśli dla 16 losowo wybranych baterii otrzymano $\bar{x} = 560$.
 14. W pewnym doświadczeniu medycznym bada się czas snu pacjentów leczonych na pewną chorobę. U 16 pacjentów, wylosowanych niezależnie, zmierzono czas snu i otrzymano następujące wyniki (w minutach): 435, 533, 393, 458, 525, 481, 324, 437, 348, 503, 383, 395, 416, 553, 500, 488. Przyjmując, że czas snu ma rozkład $\mathcal{N}(m, 70)$, oszacować średnią m czasu snu pacjentów metodą przedziałową, przyjmując współczynnik ufności 0.99.
 15. Zmierzono wytrzymałość 10 losowo wybranych gotowych elementów konstrukcji budowlanej i otrzymano następujące wyniki (w Mpa): 383, 284, 339, 340, 305, 386, 378, 335, 344, 346. Zakładając, że rozkład wytrzymałości tych elementów jest rozkładem $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$ o nieznanymi parametrach, wyznaczyć na podstawie tej próby przedział ufności dla m na poziomie ufności 0.95.
 16. Na podstawie 100 prób oszacowano średni czas pracy, potrzebny na wyprodukowanie przedmiotu oraz dyspersję wyników pomiarów i otrzymano $\bar{x} = 5.5$ sek. oraz $s = 1.7$ sek. Zakładając, że czas wyprodukowania przedmiotu ma rozkład normalny, wyznaczyć przedziały ufności dla jego wartości oczekiwanej na poziomie ufności 0.80 i 0.90, odpowiednio.
 17. W celu oszacowania średniej miesięcznej kwoty wydatków na rozrywki studentów Warszawy, wybrano losowo grupę 200 studentów i otrzymano średnią $\bar{x} = 280$ oraz $s = 160$. Przyjmując współczynnik ufności 0.95 zbudować przedział ufności dla średniej tych wydatków.
 18. Przy sporządzeniu skali magnetometru dokonano 10 niezależnych pomiarów pola magnetycznego i otrzymano następujące wyniki (w Oe): 0.008, 0.010, 0.015, 0.012, 0.018, 0.009, 0.010, 0.012, 0.014, 0.012. Przyjmując współczynnik ufności 0.96 oszacować metodą przedziałową wariancję wyników pomiarów tym magnetometrem.

19. Dokonano $n = 10$ pomiarów wytrzymałości (w $10^5 N/m^2$) pewnego materiału budowlanego i obliczono średnią $\bar{x} = 20.2$ oraz wariancję $s^2 = 0.96$. Przyjmijmy, że zaobserwowane wyniki pomiarów możemy traktować jako próbę prostą z rozkładu normalnego o nieznannej wariancji σ^2 . Podać 90-procentowy przedział ufności dla wartości średniej m oraz wariancji σ^2 .
20. Spośród żarówek wyprodukowanych przez pewną fabrykę wylosowano $n = 100$ sztuk i sprawdzono ich jakość. Okazało się, że 9 z nich nie spełniło norm jakości. Wyznaczyć 95-procentowy przedział ufności dla prawdopodobieństwa p , że wyprodukowana żarówka spełnia normę jakości.
21. Spośród studentów pewnej Akademii Medycznej wylosowano niezależnie do próby 150 studentów i zapytano ich, czy palą papierosy. 114 studentów stwierdziło, że systematycznie pali papierosy. Oszacować metodą przedziałową procent palących studentów tej uczelni, przyjmując współczynnik ufności 0.90.