

Analiza Matematyczna 2 - sprawdzian nr 1 do samodzielnego rozwiązania
Czas: 120 minut

Zorganizuj sobie warunki egzaminacyjne: wyślij rodzinę do kina, wyłącz Internet, przygotuj kilka kartek na brudnopis, opróżnij blat biurka z niepotrzebnych rzeczy. Wydrukuj niniejszy arkusz egzaminacyjny. Następnie włącz stoper i daj sobie 120 minut na rozwiązanie poniższych 8 zadań. Każde rozwiązanie umieść w obszarze pod treścią zadania.

1. Wyznaczyć przedział zbieżności szeregu potęgowego $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n 3^n (x-2)^n}{n^2 + 1}$.

2. Wyznaczyć szereg Maclaurina funkcji $f(x) = e^{-x^2}$. Następnie wykorzystać otrzymany wynik do znalezienia wartości $f^{(8)}(0)$.

3. Rozwinąć funkcję f w szereg potęgowy o środku $x_0 = 2$ i znaleźć przedział jego zbieżności:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 8}$$

4. Na powierzchni $z = \arctg \frac{x}{y}$ znaleźć punkt $P = (x_0, y_0, z_0)$ o tej własności, że płaszczyzna styczna do tej powierzchni w punkcie P jest prostopadła do prostej

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = -5t \end{cases}$$

5. Dana jest funkcja $f(x, y) = \ln\left(x + \frac{1}{y}\right)$. Znaleźć wszystkie punkty (x_0, y_0) , takie że $\text{grad}f(x_0, y_0) = [-1, 1]$.

6. Znaleźć wektor, w kierunku którego pochodna kierunkowa funkcji $f(x, y) = \frac{x^2 + 1}{y}$ w punkcie $(1, 2)$ ma wartość 0.

7. Znaleźć te ekstrema funkcji $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$, które leżą w I ćwiartce.

8. Jakie powinny być wymiary wymiary otwartego od góry prostopadłościennego zbiornika o objętości 1000 litrów, aby pole jego powierzchni całkowitej było najmniejsze?