Egzamin z analizy matematycznej 2 dla ME (28 czerwca 2024 r.)

1. Korzystając z kryterium porównawczego zbadać zbieżność szeregu: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+1}{3^n-1}$.

2. Wyznaczyć przedział zbieżności szeregu potęgowego: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(\frac{n}{n+1}\right)^2 x^n$.

3. Znaleźć ekstrema lokalne funkcji: $f(x,y) = e^{1-x} + e^{x-y} + e^{y-1}$.

4. Znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji $f(x,y) = x^2y - x$, na trójkącie D o wierzchołkach $A(0,0), B(2,0), C(0,2)$.

5. Obliczyć całkę podwójną $\iint\limits_D x\,dx\,dy$ po obszarze normalnym D ograniczonym krzywymi $y = x^2$ oraz $y = \frac{\pi}{2} - x^2$.

6. Wprowadzając współrzędne biegunowe obliczyć całkę $\iint\limits_D \frac{y}{x^2+y^2}\,dx\,dy$, gdzie D jest obszarem koła o równaniu $x^2 + (y-1)^2 = 1$. (W obliczeniach skorzystać z faktu, że całka nieoznaczona $\int \sin^2 x\,dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}\sin 2x + C$).