|  |  |
| --- | --- |
| **WYDZIAŁ MATEMATYKI**  **KARTA PRZEDMIOTU** | |
| Nazwa przedmiotu w języku polskim: | **Algebra M2** |
| Nazwa przedmiotu w języku angielskim: | **Algebra M2** |
| Kierunek studiów: | **Matematyka, Matematyka i Statystyka** |
| Stopień studiów i forma: | **I stopień, stacjonarna** |
| Rodzaj przedmiotu:  Kod przedmiotu:  Grupa kursów: | **obowiązkowy**  **TAK** |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Wykład | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
| Liczba godzin zajęć zorgani-zowanych w Uczelni (ZZU) | **30** | **30** |  |  |  |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS) | **180** |  |  |  |  |
| Forma zaliczenia | **Egzamin** |  |  |  |  |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X) | **X** |  |  |  |  |
| Liczba punktów ECTS | **7** |  |  |  |  |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom  o charakterze praktycznym (P) | **3** |  |  |  |  |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego udziału nauczycieli lub innych osób prowadzących zajęcia (BU) | **4** |  |  |  |  |

|  |
| --- |
| **WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I KOMPETENCJI SPOŁECZNYCH** |
| Znajomość liczb zespolonych i wielomianów zmiennej rzeczywistej i zespolonej.  Znajomość i umiejętność stosowania rachunku macierzowego.  Znajomość podstaw teorii przestrzeni liniowych.  Umiejętność obliczania wyznaczników różnymi metodami i znajomość ich zastosowania.  Umiejętność rozwiązywania układów równań liniowych i analizowania zbioru ich rozwiązań. |

|  |
| --- |
| **CELE PRZEDMIOTU** |
| C1 Przedstawienie podstaw teorii przekształceń liniowych.  C2 Wyrobienie umiejętności wyznaczania wektorów i wartości własnych przekształceń liniowych i macierzy tych przekształceń.  C3 Przekazanie podstawowej wiedzy o formach dwuliniowych i kwadratowych, metodach sprowadzania form kwadratowych do postaci kanonicznej i badania ich dodatniej określoności.  C4 Zapoznanie z pojęciem iloczynu skalarnego i strukturą przestrzeni liniowych z iloczynem skalarnym oraz zaprezentowanie procedury znajdowania baz ortogonalnych w tych przestrzeniach.  C5 Przedstawienie podstaw teorii przekształceń liniowych na przestrzeniach z iloczynem skalarnym. |

|  |
| --- |
| PRZEDMIOTOWE EFEKTY UCZENIA SIĘ |
| **Z zakresu wiedzy student**  PEU\_W01 zna podstawowe pojęcia z teorii przekształceń liniowych,  PEU\_W02 potrafi wyznaczać wektory i wartości własne przekształceń liniowych,  PEU\_W03 zna podstawy teorii form dwuliniowych i kwadratowych,  PEU\_W04 zna pojęcie iloczynu skalarnego i jego zastosowań do konstrukcji baz ortogonalnych w przestrzeniach z iloczynem skalarnym,  PEU\_W05 zna podstawy teorii przekształceń liniowych na przestrzeniach z iloczynem skalarnym.  **Z zakresu umiejętności student**  PEU\_U01 potrafi badać własności przekształcenia liniowego i wyznaczać jego jądro i obraz,  PEU\_U02 potrafi wyznaczać wartości i wektory własne przekształceń liniowych,  PEU\_U03 potrafi sprowadzić formę kwadratową do postaci kanonicznej i zbadać jej dodatnią lub ujemną określoność,  PEU\_U04 potrafi wyznaczać bazy ortogonalne przestrzeni liniowych metodą Grama-Schmidta i znajdować rzuty ortogonalne wektorów na podprzestrzeń,  PEU\_U05 potrafi badać podstawowe typy przekształceń liniowych na przestrzeniach z iloczynem skalarnym.  **Z zakresu kompetencji społecznych student**  PEU\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej,  PEU\_K02 potrafi precyzyjnie formułować pytania. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | | |
| **Forma zajęć – wykład** | | **Liczba godzin** |
|  | |  |
| Wy1 | Przekształcenia liniowe. Macierz przekształcenia liniowego. Operacje na przekształceniach (dodawanie, mnożenie przez liczby, składanie). | 2 |
| Wy2 | Obraz, jądro i rząd przekształcenia liniowego. Odwracalność przekształcenia i przekształcenie odwrotne. | 2 |
| Wy3 | Macierz przejścia z bazy do bazy. Macierze przekształcenia w różnych bazach. Podobieństwo macierzy. | 2 |
| Wy4 | Podprzestrzenie niezmiennicze. Suma prosta przestrzeni liniowych. Izomorfizm przestrzeni liniowych. | 2 |
| Wy5 | Wektory i wartości własne przekształceń liniowych i macierzy. Wielomian charakterystyczny. | 2 |
| Wy6 | Iloczyn skalarny. Przestrzenie euklidesowe i unitarne. Nierówność Schwarza, norma, przestrzenie unormowane. | 2 |
| Wy 7 | Wektory ortogonalne. Bazy ortogonalne i ortonormalne. Ortogonalizacja Grama-Schmidta. | 2 |
| Wy8 | Wyznacznik Grama. Rzut ortogonalny na podprzestrzeń. | 1 |
| Wy9 | Formy dwuliniowe i kwadratowe. Postać kanoniczna formy kwadratowej. Metoda Lagrange’a. Przestrzeń dualna, odwzorowanie dualne. | 2 |
| Wy10 | Dodatnia określoność i sygnatura formy kwadratowej. Kryterium Sylvestra dodatniej określoności formy kwadratowej. Twierdzenie Sylvestra o bezwładności. | 3 |
| Wy11 | Przekształcenie sprzężone do przekształcenia liniowego w przestrzeni z iloczynem skalarnym. Przekształcenia symetryczne i hermitowskie. | 2 |
| Wy12 | Przekształcenia ortogonalne i unitarne, dodatnie i normalne. Projektory ortogonalne. | 2 |
| Wy13 | Spektrum przekształcenia i jego własności. Twierdzenia spektralne w przestrzeniach skończenie wymiarowych. | 2 |
| Wy14 | Diagonalizacja macierzy symetrycznych i hermitowskich, ortogonalnych i unitarnych. | 2 |
| Wy15 | Przekształcenia nilpotentne. Twierdzenie Jordana (bez dowodu). Postać Jordana macierzy. Rozkład przekształcenia na część nilpotentną i odwracalną. | 2 |
| **Suma godzin** | | 30 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **TREŚCI PROGRAMOWE** | | |
| **Forma zajęć – ćwiczenia** | | **Liczba godzin** |
| Ćw1  Ćw2 | Badanie przykładów przekształceń liniowych i ich własności. Wyznaczanie jądra i obrazu przekształcenia liniowego. | 4 |
| Ćw3 | Badanie odwracalności przekształcenia liniowego i wyznaczanie przekształcenia odwrotnego. Wyznaczanie macierzy przekształcenia liniowego w różnych bazach. | 2 |
| Ćw4  Cw5 | Wyznaczanie wartości i wektorów własnych przekształceń liniowych i macierzy tych przekształceń. Badanie przykładów podprzestrzeni niezmienniczych. Badanie izomorfizmu przestrzeni liniowych. | 4 |
| Ćw6  Ćw7 | Badanie przestrzeni z iloczynem skalarnym. Znajdowanie baz ortogonalnych tych przestrzeni metodą Grama-Schmidta. Wyznaczanie rzutu ortogonalnego wektora na podprzestrzeń. | 4 |
| Ćw8 | Kolokwium 1. | 1 |
| Ćw9  Ćw10 | Sprowadzanie form kwadratowych do postaci kanonicznej i badanie ich określoności (dodatniej, ujemnej, niedodatniej, nieujemnej). | 4 |
| Ćw11  Ćw12 | Badanie podstawowych typów przekształceń liniowych na przestrzeniach z iloczynem skalarnym (sprzężonych, hermitowskich, ortogonalnych, unitarnych, normalnych). | 5 |
| Ćw13 | Diagonalizacja macierzy symetrycznych i hermitowskich, ortogonalnych i unitarnych. | 2 |
| Ćw14 | Badanie przykładów przekształceń nilpotentnych. Wyznaczanie postaci kanonicznej Jordana macierzy na prostych przykładach. | 3 |
| Ćw15 | Kolokwium 2. | 1 |
| **Suma godzin** | | 30 |

|  |
| --- |
| **STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE** |
| N1 Wykład problemowy – metoda tradycyjna  N2 Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna  N3 Konsultacje  N4 Praca własna studenta -przygotowanie do ćwiczeń |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW UCZENIA SIĘ** | | |
| Oceny**:** F – formująca, w trakcie semestru; P – podsumowująca, na koniec semestru | Numer efektu uczenia się | Sposób oceny osiągnięcia efektu uczenia się |
| F1 | PEU\_U01-PEU\_U05  PEU\_K01, PEU\_K02 | odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia |
| F2 | PEU\_W01-PEU\_W05  PEU\_U01-PEU\_U05  PEU\_K01,PEU\_K02 | Egzamin |
| P=0,5\*F1+0,5\*F2 | | |

|  |
| --- |
| **LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA** |
| **literatura PODSTAWOWA:**   1. A. Kostrikin, Wstęp do algebry, t.2 Algebra liniowa, PWN 2004 2. A. Mostowski, M. Stark, Elementy algebry wyższej, PWN 1970. 3. B. Gleichgewicht, Algebra, GiS 2002. 4. J. Klukowski, I. Nabiałek, Algebra dla studentów, WNT,2006.   **literatura UZUPEŁNIAJĄCA:**   1. T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1, 2, Przykłady i zadania, GiS 1999. 2. I. M. Gelfand, Wykłady z algebry liniowej, PWN 1975. 3. A. Białynicki-Birula, Algebra, PWN 1971. 4. I. Nabiałek, Zadania z algebry liniowej, WNT,2006. |

|  |
| --- |
| **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)** |
| Prof. dr hab. inż. Romuald Lenczewski ( Romuald.Lenczewski@pwr.edu.pl) |