

# Lista 1

## Gra w szachy

Na wykładzie został przedstawiony szkic dowodu następującego twierdzenia dla **skończonej wersji** gry w szachy (patrz "Matematyczny opis gry w szachy" zamieszczony na mojej stronie):

**Twierdzenie 1** *Niech  $(T, \leq)$  będzie drzewem (skończonym) gry w szachy, to wtedy zachodzi jedna z następujących alternatyw:*

- *gracz A ma strategię wygrywającą, albo*
- *gracz B ma strategię wygrywającą, albo*
- *obydwaj gracze mają strategię gwarantującą przynajmniej remis.*

**Zadanie 1** *Znajdź dwa przykłady gier, które spełniają warunki (C1) - (C3)*

**C1:** *gra jest skończona,*

**C2:** *strategie graczy wyznaczają rozgrywkę,*

**C3:** *każdy gracz przy każdym jego ruchu zna ruchy wykonane w poprzednich stanach gry (gra z pełną informacją),*

*które są potrzebne do udowodnienia Twierdzenia 1.*

*Poniższe zadanie dotyczy gry w szachy w wersji ogólnie przyjętej (klasycznej gry w szachy). Mianowicie obydwie wersje (skończona i ogólnie znana) różnią się jedynie wynikiem gry. Gra kończy się w niżej wymienionych sytuacjach:*

- *jeżeli czarny król został zbity, wtedy wygrywa gracz A,*
- *jeżeli biały król został zbity, wtedy wygrywa gracz B,*
- *jeżeli na planszy są dwa króle i wypada ruch gracza B, którego nie może wykonać a jego król (czarny) nie jest w polu bicia przez gracza A (nie ma szachu), wtedy jest remis,*
- *analogicznie do poprzedniego przypadku ale po zamianie graczy i kolorów,*
- *obydwaj gracze zgadzają się na remis.*
- *remis, gdy zostało wykonanych kolejno 50 ruchów podczas których żaden pionek nie zmienił pozycji i bez zbicia figury czy pionka oraz gracz który ma właśnie ruch, zażąda remis.*

**Zadanie 2** Twierdzenie 1 zostało udowodnione przy założeniu, że długość gry w szachy jest ograniczona. W tym ćwiczeniu udowodnimy twierdzenie bez tego zakładając, że pozwolimy na nieskończoną liczbę ruchów. Zgodzimy się, że wynikiem nieskończenia długiej gry w szachy jest remis.

- a) Udowodnij, że jeśli jeden z graczy ma zwycięską strategię w skończonych szachach, to ten gracz ma również zwycięską strategię w klasycznych szachach.
- b) Udowodnij, że jeśli każdy gracz ma strategię gwarantującą przynajmniej remis skończone szachy, wtedy każdy gracz ma strategię gwarantującą przynajmniej remis w szachach.

Wsk. Rozumowanie dla gracza  $A$ . Załóżmy zatem, że gracz  $A$  strategię  $\sigma_W$  w skończone szachy, które gwarantują przynajmniej remis. Rozważ następującą strategię  $\hat{\sigma}_W$  dla gracza  $A$ :

- stosuj strategię  $\sigma_W$ , dopóki gra w szachy się nie zakończy lub pozycja planszy powtarza się (w tym momencie kończy się gra w szachy skończone),
- Jeśli gra w szachy dojdzie do sytuacji gry, która wcześniej się pojawiła, zaimplementuj strategię  $\sigma_W$  ograniczoną do gry podrzędnej, rozpoczynając od  $x$ , aż do gry dociera do pozycji  $y$ , która wcześniej się pojawiła i tak dalej.

Udowodnij, że strategia  $\hat{\sigma}_W$  gwarantuje przynajmniej remis dla gracza  $A$  w klasycznych szachach.

Robert Rałowski