

Lista 4

Gry w postaci strategicznej, gry o sumie zerowej

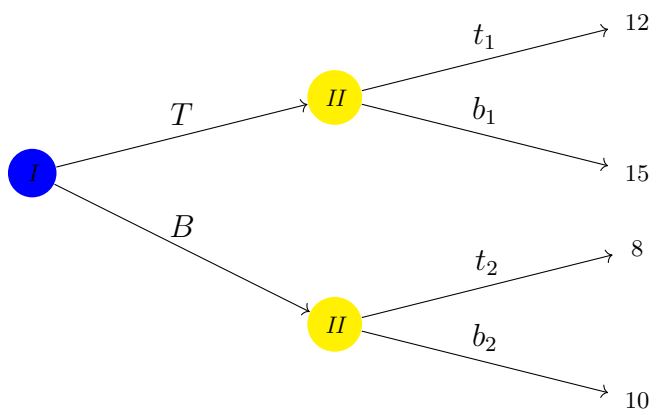
Zadanie 1. Dla każdej z podanych gier o sumie zerowej, zastosuj procedurę eliminacji strategii zdominowanych strategii. Dla każdej z tych gier, wylistuj usuwane strategie i wyznacz strategie max min I-go gracza oraz min max dla drugiego gracza.

	a	b	c	d
α	8	4	8	4
β	2	5	3	8
γ	6	1	4	5

	a	b	c	d
α	6	4	2	1
β	5	3	3	0
γ	1	0	5	4
δ	2	-3	2	2

	a	b	c	d
α	3	6	5	5
β	5	5	5	5
γ	5	3	5	6
δ	6	5	5	3

Zadanie 2. Mamy zadaną grę o sumie zerowej:



Odpowiedz na następujące pytania:

- (1) znajdź optymalną strategię dla każdego z graczy,
- (2) zapisz tę grę w postaci strategicznej.

Zadanie 3. Niech 0 będzie wartością dwuosobowej gry o sumie zerowej daną przez macierz A. Czy 0 jest wartością dwuosobowej gry z sumą zerową o macierzy $-A$. Odpowiedź uzasadnij.

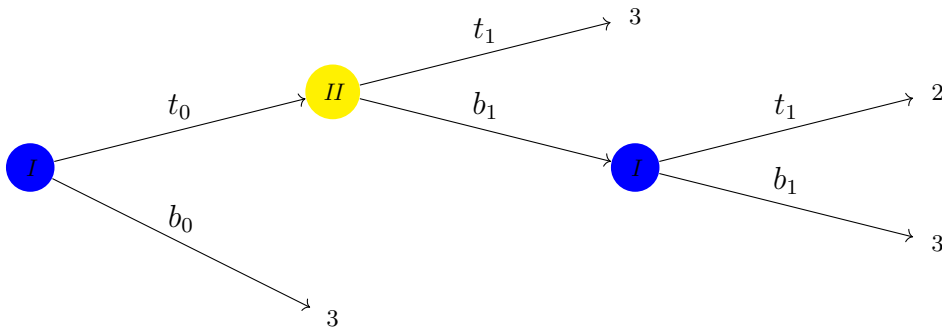
Zadanie 4. Dla zadanych poniżej gier o sumie zerowej, sprawdź czy istnieje wartość dla tych gier. W przypadku istnienia takiej wartości, wyznacz strategie optymalne dla obydwu graczy.

	a	b	c
A	1	2	2
B	4	3	0

	a	b	c	d
A	$3\frac{1}{2}$	3	3	12
B	7	5	6	13
C	4	3	2	0

	a	b
A	3	3
B	2	2
C	0	3

Zadanie 5. Niech będzie dana gra o sumie zerowej:



- (1) stosując metodę indukcji wstecznej wyznacz równowagę Nasha,
- (2) zapisz tę grę w postaci strategicznej,
- (3) sprawdź, czy istnieją inne równowagi Nasha w tej grze.

Wsk. Metoda indukcji wstecznej polega na wyznaczeniu równowag w podgrach właściwych, zaczynając od wierzchołków w drzewie, dla których jedynymi następnikami są liście.

Zadanie 6. Niech będzie dana dwuosobowa gra o sumie zerowej, dla której $S_1 = S_2 = [0, 1]$. Sprawdź dla której wypłaty

a: $u(x, y) = 1 + 4x + y - 5xy$,

b: $u(x, y) = 4 + 2y - 4xy$,

gra posiada wartość. Dla gry która ma wartość, wyznacz strategie optymalne obydwu graczy.

Zadanie 7. Niech będzie dana dwuosobowa gra o niezerowej sumie. Niech $S_1 = S_2 = [0, 1]$ będą zbiorami strategii obydwu graczy i niech będą dane wypłaty:

$$u_1(x, y) = 2x - xy, \quad u_2(x, y) = 2 + 3x + 3y - 3xy.$$

Wyznacz wartość dolną tej gry i strategię max min pierwszego gracza. Sprawdź, czy w tej grze istnieje równowaga Nasha.

Zadanie 8. Niech będzie dana dwuosobowa gra o niezerowej sumie i niech $S = S_1 \times S_2 = [0, 1] \times [0, 1]$. Załóżmy, że $s^* \in (0, 1) \times (0, 1)$ będzie równowagą Nasha w tej grze. Udowodnij, że dla każdego gracza wypłata w punkcie s^* jest jego wartością dolną, tzn. $(\underline{v}_i, i \in \{1, 2\})$.

Zadanie 9. Pięćdziesiąt osób gra w sposób następujący. Każdy gracz wpisuje na swojej kartce liczbę od 1 do 100. Następnie sędzia oblicza z liczb zapisanych na kartkach średnią arytmetyczną A . Gracz (lub gracze) wygrywają, jeżeli wpisze najbliższą liczbę do liczby $\frac{2}{3}A$. Nagroda 1000\$ jest równo podzielona pomiędzy wygrywających graczy. Zapisz tę grę w postaci strategicznej, wyznacz wszystkie równowagi Nasha. Jaka byłaby Twoja strategia w tej grze, odpowiedź uzasadnij.

Robert Rałowski