Lista 5

Strategie mieszane

Zadanie 1. *Niech Γ bedzie dwuosobową grą o sumie zerowej na kwadracie jednostkowym taką, że funkcja wypłaty jest funkcją dwuliniową. Udowodnij, że Γ jest grą ze strategiami mieszanymi pewnej dwuosobowej gry ze strategiami czystymi.*

Zadanie 2. *Niech będzie dany gracz $i \in N$ w pewnej grze z mieszanymi strategiami i σ_{-i} będzie wektorem strategii mieszanych pozostałych graczy. Udowodnij, że istnieje strategia czysta gracza i, która jest najlepszą odpowiedzią na σ_{-i}.*

Zadanie 3. *Dla zadanych dwuosobowych gier z sumą zerową*

- *wyznacz rozszerzenia do gier ze strategiami mieszanymi Γ,*
- *znajdź wartość gry Γ z poprzedniego punktu,*
- *wyznacz strategie optymalne dla obydwu graczy w grze Γ.*

	a	*b*
α	-1	-4
β	-3	3

	a	*b*
α	5	8
β	5	1

	a	*b*
α	5	4
β	2	3

	a	*b*
α	2	6
β	5	5
γ	7	4

	a	*b*	*c*
α	6	4	3
β	3	7	9

Zadanie 4. *Dla zadanych wypłat określonych na $[0, 1] \times [0, 1]$, wyznacz dwuosobową grę, w której każdy gracz ma dwie strategie czyste (pierwsze dwie są grami z sumą zerową):*

(1) $U(x, y) = 5xy - 2x + 6y - 1$,
(2) $U(x, y) = -2xy + 4x - 7y$,
(3) $U_1(x, y) = 3xy - 4x + 5$, $U_2(x, y) = 7xy + 7x - 8y + 12$,
(4) $U_1(x, y) = 3sx - 3x + 3y - 5$, $U_2(x, y) = 7x - 8y + 12$.

Zadanie 5. *Powiemy, że macierz $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ jest antysymatryczna, jeśli dla dowolnych $i, j \in \{1, \dots, n\}$ $[A]_{ij} = -[A]_{j,i}$. Niech będzie dana gra dwuosobowa z sumą zerową o wypłacie będącą macierzą antysymetryczną. Udowodnij, że gra o mieszanych strategiach ma wartość równą 0.*

Robert Ratowski