

### Lista 3

W zadaniach z podpunktami należałoby zrobić co najmniej po 2 z nich

1. Znaleźć wnętrze,  $\text{Int } A$ , gdy
  - a)  $A$  jest zbiorem liczb wymiernych prostej  $\mathbb{R}$ ;
  - b)  $A$  jest dowolną podprzestrzenią liniową wymiaru 3 przestrzeni  $\mathbb{R}^4$ ;
  - c)  $A = \{\mathbf{x} \in V : \|\mathbf{x}\| \leq 1\}$ ,  $V$  — przestrzeń unormowana.
2. Wiedząc, że  $\mathbb{R}$  jest przestrzenią zupełną, uzasadnić, że  $\mathbb{R}^n$  też.
3. Wykazać, że  $C[0, 1]$  jest przestrzenią Banacha.  
Wsk. Kandydatem na granicę w normie jest granica punktowa, tzn.

$$\forall x f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x).$$

4. Niech  $\|\cdot\|_1$  i  $\|\cdot\|_2$  będą normami na tej samej przestrzeni liniowej. Czy jest normą  $\|\cdot\|_1 + \|\cdot\|_2$ ? Odpowiedź uzasadnić.