

# ANALIZA MATEMATYCZNA 1

## Egzamin na ocenę celującą, luty 2015

Treści zadań proszę nie przepisywać. W rozwiązaniach należy opisać rozumowanie prowadzące do wyniku, a w szczególności: uzasadnić wyciągnięte wnioski, sformułować wykorzystane definicje, zacytować potrzebne twierdzenia (podać założenia i tezę), napisać zastosowane wzory ogólne (z wyjaśnieniem oznaczeń). Ponadto, jeśli jest to konieczne, należy sporządzić czytelny rysunek z pełnym opisem. Skreślone fragmenty pracy nie będą sprawdzane.

Powodzenia!

Zbigniew Skoczyła

### ZADANIA

1. Zbadać zbieżność ciągu  $(a_n)$  określonego wzorem rekurencyjnym:

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + \frac{1}{2a_n} \quad (n \in \mathbb{N}).$$

2. Niech

$$f(x) = \sin(x^{20}) \operatorname{arctg}(x^{30}) \ln(1 + x^{50}).$$

Znaleźć najmniejszą liczbę naturalną  $n$  taką, że  $f^{(n)}(0) \neq 0$ .  
Odpowiedź uzasadnić.

3. Wyznaczyć promień największego koła, które można wpisać w obszar ograniczony krzywą  $y = 1/x^2$  oraz osią  $Ox$ .

4. Obliczyć całkę

$$\int \cos\left(\frac{1}{2} \arcsin x\right) dx \quad (-1 < x < 1).$$

Wynik zapisać nie używając funkcji trygonometrycznych ani cyklometrycznych.