

ALGEBRA Z GEOMETRIĄ ANALITYCZNĄ

Egzamin na ocenę celującą, luty 2015

Treści zadań proszę nie przepisywać. W rozwiązaniach należy opisać rozumowanie prowadzące do wyniku, a w szczególności: uzasadnić wyciągnięte wnioski, sformułować wykorzystane definicje, zacytować potrzebne twierdzenia (podać założenia i tezę), napisać zastosowane wzory ogólne (z wyjaśnieniem oznaczeń). Ponadto, jeśli jest to konieczne, należy sporządzić czytelny rysunek z pełnym opisem. Skreślone fragmenty pracy nie będą sprawdzane.

Powodzenia!

Zbigniew Skoczylas

ZADANIA

1. Pokazać, że $\operatorname{Im} \left[(13 - 9i)^{148} (2 + i)^{444} \right] = 0$.
2. Dla jakich naturalnych n wielomian $x^n + x + 1$ dzieli się bez reszty przez wielomian $x^2 + x + 1$?
3. Niech $n \geq 2$ będzie liczbą naturalną. Czy istnieją macierze A, B stopnia n takie, że dla dowolnej macierzy X tego samego stopnia zachodzi równość $X^T = AXB$?
4. Sześcian ma krawędź o długości 30, a początek układu współrzędnych jest jego środkiem. Jedna z krawędzi sześcianu jest równoległa do wektora $\mathbf{v}_1 = (1, 2, -2)$, a inna do wektora $\mathbf{v}_2 = (2, 10, 11)$. Wyznaczyć współrzędne wierzchołków sześcianu.

Uwaga. Zadanie 2. zaproponował dr Jerzy Cisko. Pozostałe zadania opracował ZS.