Badania operacyjne

Matematyka Stosowana

3. zestaw zadań

1. Rozważ zagadnienie transportowe opisane przy pomocy wektora podaży $a = (9, 12, 19)$ i popytu $b = (10, 6, 16, 8)$ oraz macierzy kosztów transportu $C = \begin{bmatrix} 9 & 5 & 4 & 15 \\ 9 & 21 & 18 & 12 \\ 3 & 12 & 6 & 18 \end{bmatrix}$.
   (a) Znajdź początkowe rozwiązanie dopuszczalne dla tego zagadnienia przy użyciu każdej z 3 metod poznanych na wykładzie.
   (b) Dla każdego z trzech rozwiązań dopuszczalnych znalezionych w podpunkcie (a) znajdź rozwiązanie optymalne zagadnienia przy pomocy algorytmu transportowego.
   (c) Porównaj błędy względne dla początkowych rozwiązań dopuszczalnych uzyskanych trzema metodami oraz liczbę kroków algorytmu transportowego, którą trzeba było wykonać, żeby uzyskać rozwiązanie optymalne.

2. Rozważ zagadnienie transportowe opisane przy pomocy wektora podaży $a = (20, 10, 30, 40)$ i popytu $b = (20, 30, 10, 20, 20)$ oraz macierzy kosztów transportu $C = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 2 & 9 & 4 \\ 7 & 2 & 6 & 6 & 10 \\ 5 & 7 & 10 & 4 & 3 \\ 8 & 1 & 2 & 7 & 5 \end{bmatrix}$. Początkowe rozwiąznie dopuszczalne znajdź metodą aproksymacji Vogla.

3. Rozważ (niezrównoważone) zagadnienie transportowe opisane przy pomocy wektora podaży $a = (40, 80, 60)$ i popytu $b = (30, 20, 60, 50, 40)$ oraz macierzy kosztów transportu $C = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 8 & 8 & 9 \\ 7 & 5 & 6 & 4 & 6 \\ 11 & 9 & 2 & 7 & 10 \end{bmatrix}$. Początkowe rozwiązanie dopuszczalne znajdź metodą minimalnych kosztów.

4. Rozważ sytuację, w której towary przesyłane są z dwóch fabryk (F_1 o produkcji 60 jednostek i F_2 o produkcji 40 jednostek) do dwóch magazynów (M_1 o pojemności 80 jednostek i M_2 o pojemności 70 jednostek), a następnie są rozsyłane do 4 sklepów (S_1 zamawia 10, S_2 zamawia 30, S_3 zamawia 20, a S_4 zamawia 40 jednostek towaru). Macierz kosztów transportu dla transportu między fabrykami a magazynami to $C_{FM} = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$, a ta dla transportu między magazynami a sklepami to $C_{MS} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 & 9 \\ 6 & 4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$. Wyznacz optymalny plan transportowy dla tego dwukrokowego modelu.

5. ([AEP07]) Zapisz następujący problem jako zadanie programowania całkowitoliczbowego: Sieć supermarketów planuje wybudować pewną liczbę centrów przeładunkowych dla zaopatrzenia 30 istniejących supermarketów. Wytypowano 10 możliwych lokalizacji. Wiadomo, że wybudowanie centrum w miejscu i ($i = 1, \ldots, 10$) wiąże sie z kosztem c_i oraz że przepustowość takiego centrum będzie umożliwiała rozesłanie z niego k_i dostaw towarów w tygodniu. Z drugiej strony wiadomo, że supermarket j potrzebuje e_j dostaw tygodniowo i że te potrzeby muszą zostać spełnione. Dodatkowo znane są odległości w kilometrach d_{ij} pomiędzy każdą z potencjalnych lokalizacji centrów przeładunkowych i a każdym supermarketem j, $i = 1, \ldots, 10$, $j = 1, \ldots, 30$. Planujący inwestycję zakładają, że centra powinny być położone nie dalej niż D km od każdego z supermarketów, które zaopatrują. Należy zaplanować, w których z 10 lokalizacji wybudować centra przeładunkowe tak, aby zminimalizować koszty inwestycji przy spełnieniu wszystkich opisanych ograniczeń.

6. Zapisz następujący problem jako zadanie programowania całkowitoliczbowego: Pewien przewoźnik planuje, ilu kierowców zatrudnić i jak przydzielić ich do pracy w różnych godzinach. Może zatrudnić kierowców na pełen etat – wtedy pracują przez 8 kolejnych godzin. Może zatrudnić kierowców na pół etatu, którzy pracują przez 4 kolejne godziny. Zapotrzebowanie na kierowców zmienia się w ciągu dnia. W okresie między 6 a 10 potrzeba 3 kierowców, w godzinach 10–14 – 8, od 14 do 18 – 6, natomiast między 18 a 22 – 4. Zakładamy, że każdy kierowca zaczyna pracę o 6, 10, 14 lub 18 i powtarza swój plan każdego dnia. Pracownicy zatrudnieni na pełen etat dostają 10PLN za godzinę, natomiast ci zatrudnieni na pół etatu – 12PLN za godzinę. Liczba kierowców możliwych do zatrudnienia na pełen etat jest ograniczona do 10. Celem przewoźnika jest zminimalizowanie kosztów przy zapewnieniu obsady dla wszystkich autobusów.

7. Rozwiąż zadanie

$$\begin{array}{ll} \text{Zmaksymalizuj} & 3x_1 + 2x_2 \\ \text{przy ograniczeniach} & 2x_1 + 8x_2 \leqslant 25 \\ & 3x_1 + x_2 \leqslant 8 \\ & x_1 \geqslant 0,\ x_2 \geqslant 0, x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{array}$$

przy pomocy metody podziału i ograniczeń. Każde z zadań programowania liniowego, które będziesz musiał rozwiązać po drodze, ma być rozwiązane przy pomocy metody graficznej.

8. Rozwiąż zadanie

$$\begin{array}{ll} \text{Zmaksymalizuj} & x_1 + x_2 \\ \text{przy ograniczeniach} & 2x_1 + x_2 \leqslant 9, \\ & 3x_1 + 12x_2 \leqslant 40, \\ & x_1 \geqslant 0, x_2 \geqslant 0, x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{array}$$

przy pomocy metody podziału i ograniczeń. Każde z zadań programowania liniowego, które będziesz musiał rozwiązać po drodze, ma być rozwiązane przy pomocy metody graficznej.

9. Rozwiąż zadanie

$$\begin{array}{ll} \text{Zmaksymalizuj} & 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 \\ \text{przy ograniczeniach} & x_1 + x_2 + 2x_3 \leqslant 10, \\ & x_1 \leqslant 5 \\ & x_1 + 2x_2 \leqslant 9, \\ & x_1 \geqslant 0, x_2 \geqslant 0, x_3 \geqslant 0, x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z} \end{array}$$

przy pomocy metody podziału i ograniczeń. Tym razem zadania programowania liniowego, które będzie trzeba rozwiązać po drodze, będą wymagały zastosowania algorytmu Sympleks.

Literatura:

[AEP07] N. Andreasson, A. Evgrafov, M. Patriksson, An Introduction to Continuous Optimization, Studentlitteratur AB, 2007,