

ANALIZA MATEMATYCZNA 1

LISTA ZADAŃ 1

1. Naucz się alfabetu greckiego — znaków i ich polskich nazw. Wykorzystaj np. stronę Wikipedii. Najczęściej wykorzystywane przez nas znaki to: $\delta\varepsilon\pi\vartheta\xi\zeta$.
2. Niech $D(x) = 1$ dla wymiernych x oraz $D(x) = 0$ dla x niewymiernych (*funkcja Dirichleta* wprowadzona na wykładzie). Niech $R(\frac{p}{q}) = \frac{1}{q}$ dla dowolnej liczby wymiernej $\frac{p}{q}$ zapisanej w postaci nieskracalnej oraz $R(x) = 0$ dla dowolnej liczby niewymiernej x (jest to tzw. *funkcja Riemanna*). Naszkicuj wykresy funkcji D i R . Czy potrafisz narysować wykresy tych funkcji wybranym przez Ciebie narzędziu do rysowania wykresów?
3. Na osi liczbowej zaznaczono dwie liczby a i b . Jakiej liczbie odpowiada środek odcinka łączącego a i b ? Jaką długość ma ten odcinek?

Większa z liczb a i b oznaczana jest przez $\max(a, b)$, a mniejsza z nich — przez $\min(a, b)$. Aby dojść do $\max(a, b)$, należy rozpocząć od środka i przejść w prawo połowę odległości między nimi. Jak w takim razie wyrazić $\max(a, b)$ bez użycia symbolu „max”? A jak wyrazić $\min(a, b)$? Ile wynosi $\max(a, b) + \min(a, b)$ oraz $\max(a, b) - \min(a, b)$?

4. Zaznacz na płaszczyźnie zbiory:

$$A = \{(x, y) : \max(|x|, |y|) = 1 \text{ oraz } y \geq 0\};$$

$$B = \{(x, y) : |x| + |y| = 1 \text{ oraz } y \geq 0\};$$

$$C = \{(x, y) : |xy| = 1 \text{ oraz } y \geq 0\}.$$

Czy któryś z nich jest wykresem jakiejś funkcji? Jeśli tak, to jakiej?

Przypomnienie: $\{(x, y) : !\@#\$\%$ to zbiór tych punktów (x, y) dla których prawdziwe jest $!\@#\$\%$.

5. Rozwiąż równanie i nierówności:

$$|2x - 3| < 5;$$

$$x + 2|x| = 9;$$

$$|x - 3| + 2|x + 3| \leq 15.$$

Wskazówka: rozważaj x z odpowiednich przedziałów.

6. Naszkicuj wykres funkcji:

$$f(x) = \left| \left| \left| |x| - 1 \right| - 1 \right| - 1 \right|.$$

Odczytaj z wykresu rozwiązania równań $f(x) = 0$ oraz $f(x) = 1$.

7. Naszkicuj wykresy funkcji:

$$f_1(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right);$$

$$f_2(x) = \sin(x) + \frac{\pi}{4};$$

$$f_3(x) = \sin\left|x + \frac{\pi}{4}\right|;$$

$$f_4(x) = \left|\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right|$$

$$f_5(x) = \left|\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right|;$$

$$f_6(x) = \left|\sin\left|x + \frac{\pi}{4}\right|\right|.$$

P.G.: Jest jeszcze ciekawa funkcja $\sin\left(|x| + \frac{\pi}{4}\right)$

8. Znajdź rozwiązania równania $x^2 + 3x + 7/4 = 0$.

9. Znajdź rozwiązania równania $x^5 - 2x^4 - 3x^3 + 6x^2 + 2x - 4 = 0$.

Wskazówka: chodzi o twierdzenie Bezouta i twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu.

- 10.* Zapisz wielomian czwartego stopnia $x^4 + 1$ w postaci iloczynu dwóch wielomianów stopnia drugiego.