

## ANALIZA MATEMATYCZNA 1

## LISTA ZADAŃ 10

1. *Całkowanie przez części.* Wyznacz całki:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \int x e^x dx, & \text{(c)} \int \frac{\ln x}{x^2} dx, & \text{(e)} \int x(\sin x)^2 dx. \\ \text{(b)} \int e^{2x} \sin x dx, & \text{(d)} \int \frac{\ln(\ln x)}{x} dx, & \end{array}$$

2. *Całkowanie przez podstawienie.* Wyznacz całki:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \int \frac{\ln x}{x} dx, & \text{(c)} \int x e^{-x^2} dx, & \text{(e)} \int \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx, \\ \text{(b)} \int \frac{1}{x \ln x} dx, & \text{(d)} \int \sin(\cos x) \sin x dx, & \text{(f)} \int \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} dx. \end{array}$$

3. *Całkowanie funkcji wymiernych.* Wyznacz całki:

$$\begin{array}{llll} \text{(a)} \int \frac{1}{x^2 - 4} dx, & \text{(c)} \int \frac{x + 1}{x^2 + 2x + 2} dx, & \text{(e)} \int \frac{1}{4x^2 + 12x + 5} dx, & \text{(g)} \int \frac{1}{(x^2 + 2)^3} dx. \\ \text{(b)} \int \frac{x}{x^2 - 4} dx, & \text{(d)} \int \frac{1}{4x^2 + 12x + 13} dx, & \text{(f)} \int \frac{x^2 - x}{(x + 1)(x^2 + 1)^2} dx, & \end{array}$$

4. *Całkowanie funkcji niewymiernych.* Wyznacz całki:

$$\text{(a)} \int \frac{x - 1}{\sqrt{x + 2}} dx, \quad \text{(b)} \int \frac{x\sqrt{x + 2} - 1}{\sqrt{x + 2} + 1} dx, \quad \text{(c)} \int x \sqrt{\frac{x - 1}{x + 1}} dx, \quad \text{(d)} \int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{x - 1}{x + 1}} dx.$$

Wskazówka: podstaw  $y$  za pierwiastek, wyznacz  $x$  jako funkcję  $y$ , zróżniczkuj.

5. *Całkowanie funkcji niewymiernych.* Dowiedz się, co to są *podstawienia Eulera*. Wyznacz całki:

$$\text{(a)} \int \frac{1}{\sqrt{2x - x^2}} dx, \quad \text{(b)} \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} dx, \quad \text{(c)} \int \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 4}} dx.$$

6. *Całki trygonometryczne.* Wyznacz całki:

$$\begin{array}{llll} \text{(a)} \int \frac{\cos x}{\sqrt{1 + \sin x}} dx, & \text{(c)} \int (\sin x)^3 dx, & \text{(e)} \int \frac{1}{\sin x + \operatorname{tg} x} dx, & \text{(g)} \int \frac{1}{1 + \operatorname{tg} x} dx, \\ \text{(b)} \int \frac{(\sin x)^2 e^{\tan x}}{(\cos x)^4} dx, & \text{(d)} \int (\sin x)^4 dx, & \text{(f)} \int \frac{1}{\cos x} dx, & \text{(h)} \int \frac{1}{\sin x + \cos x} dx. \end{array}$$