Analiza matematyczna 1

zadanie domowe nr 14

1. Uzasadnij, że jeśli f jest niemalejąca na (a, b), nierosnąca na (b, c) i ciągła w b, to ma w b maksimum lokalne.

2. Przypomnij indukcyjny dowód wzóru dwumianowego Newtona:

$$\begin{aligned}(a+b)^n &= \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k \\ &= \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \ldots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + \binom{n}{n} b^n,\end{aligned}$$

   gdzie $\displaystyle\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

3. Uzasadnij indukcyjnie wzór na n-tą pochodną iloczynu:

$$\begin{aligned}(f+g)^{(n)}(x) &= \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} f^{(n-k)}(x) g^{(k)}(x) \\ &= \binom{n}{0} f^{(n)}(x) g(x) + \binom{n}{1} f^{(n-1)}(x) g'(x) + \binom{n}{2} f^{(n-2)}(x) g''(x) + \\ &\qquad + \ldots + \binom{n}{n-1} f'(x) g^{(n-1)}(x) + \binom{n}{n} f(x) g^{(n)}(x).\end{aligned}$$

   Dostrzegasz podobieństwo?

Mateusz Kwaśnicki