imię i nazwisko: .... numer indeksu ....

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ

Egzamin z analizy matematycznej 2

1. Korzystając z kryterium Dirichleta zbieżności całki niewłaściwej, udowodnij zbieżność całki $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\cos x}{1+x}\,dx.^{(4p)}$
2. Zmieniając kolejność całkowania, oblicz całkę iterowaną $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_x^1 \exp(\tfrac{x}{y})\,dy\right) dx.^{(4p)}$
3. Sformułuj twierdzenie Schwarza o równości pochodnych cząstkowych mieszanych.$^{(2p)}$
4. Oblicz pole obszaru $D = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \;:\; 0 < y < x,\ |x^4 - y^4| < \frac{4x^2y^2}{(x^2+y^2)^2}\right\}.^{(8p)}$
5. Wyznacz długość odcinka wykresu funkcji $y = \cosh(x)$, $-1 \le x \le 1.^{(4p)}$
6. Wyznacz wartość największą i najmniejszą funkcji $f(x,y) = x^3 + xy^2 - x^2 - y^2$ w kole $x^2 + y^2 \le 1.^{(10p)}$
7. Sformułuj twierdzenie o dywergencji i oblicz całkę powierzchniową $\displaystyle\oiint_S \vec{F} \circ d\vec{n}$, gdzie S jest powierzchnią sześcianu $-1 \le x, y, z \le 1$, $\vec{n}$ jest zewnętrznie skierowanym wektorem normalnym, zaś $\vec{F}(x,y,z) = (-x+y, y-z, 2z).^{(4p)}$
8. Rozwiąż zagadnienie początkowe $f'(t) + t^2 f(t) = t^2$, $f(0) = 0.^{(4p)}$