Imię i nazwisko: ____________________

Numer indeksu: ____________________

1	2	3	4	5	$\sum$

Egzamin z Analizy matematycznej 1
Wrocław, 29 stycznia 2009

1. Sformułuj twierdzenie o ciągu monotonicznym i ograniczonym.$^{(2p)}$ Udowodnij, że ciąg (a_n) dany rekurencyjnie wzorem
$$a_1 = \sqrt{2}, \qquad a_{n+1} = a_n^2 - 3a_n + 4 \qquad (n \geq 1)$$
jest zbieżny i wyznacz jego granicę.$^{(3p)}$

2. Oblicz wartość całki:
$$\int_1^4 \frac{1}{1+\sqrt{x}}\, dx.^{(3p)}$$
Sformułuj wszystkie wykorzystane twierdzenia.$^{(2p)}$

3. Wyznacz całkę nieoznaczoną:
$$\int \frac{\cos x}{1 + \sin x + (\cos x)^2}\, dx.^{(5p)}$$

4. Podaj wzór Taylora z resztą w postaci Lagrange'a.$^{(2p)}$ Odgadnij wzór na n-tą pochodną funkcji $f(x) = \ln x$ (np. na podstawie kilku pierwszych pochodnych)$^{(0p)}$ i zapisz rozwinięcie Taylora tej funkcji wokół punktu 1.$^{(1p)}$ Oblicz za jego pomocą przybliżoną wartość $\ln \frac{1}{2}$ z błędem nie przekraczającym $\frac{1}{10}$.$^{(2p)}$

5. Udowodnij, że istnieje ciąg (σ_n), którego wyrazy są równe 1 lub -1 i taki, że
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma_n}{n} = 0.^{(5p)}$$

Punktacja:

0–12	13–15	16–18	19–21	22–23	24–25
ndst	dst	dst+	db	db+	bdb

Mateusz Kwaśnicki

Imię i nazwisko: ____________________

Numer indeksu: ____________________

1	2	3	4	5	$\sum$

Egzamin z Analizy matematycznej 1
Wrocław, 29 stycznia 2009

1. Sformułuj twierdzenie o ciągu monotonicznym i ograniczonym.$^{(2p)}$ Udowodnij, że ciąg (a_n) dany rekurencyjnie wzorem
$$a_1 = \sqrt{3}, \qquad a_{n+1} = a_n^2 - 3a_n + 4 \qquad (n \geq 1)$$
jest zbieżny i wyznacz jego granicę.$^{(3p)}$

2. Oblicz wartość całki:
$$\int_1^9 \frac{1}{1+\sqrt{x}}\,dx.^{(3p)}$$
Sformułuj wszystkie wykorzystane twierdzenia.$^{(2p)}$

3. Wyznacz całkę nieoznaczoną:
$$\int \frac{\cos x}{1 - \sin x + (\cos x)^2}\,dx.^{(5p)}$$

4. Podaj wzór Taylora z resztą w postaci Lagrange'a.$^{(2p)}$ Odgadnij wzór na n-tą pochodną funkcji $f(x) = \ln x$ (np. na podstawie kilku pierwszych pochodnych)$^{(0p)}$ i zapisz rozwinięcie Taylora tej funkcji wokół punktu 1.$^{(1p)}$ Oblicz za jego pomocą przybliżoną wartość $\ln \frac{1}{2}$ z błędem nie przekraczającym $\frac{1}{10}$.$^{(2p)}$

5. Udowodnij, że istnieje ciąg (σ_n), którego wyrazy są równe 1 lub -1 i taki, że
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma_n}{n} = 0.^{(5p)}$$

Punktacja:

0–12	13–15	16–18	19–21	22–23	24–25
ndst	dst	dst+	db	db+	bdb

Mateusz Kwaśnicki