

Imię i nazwisko: \_\_\_\_\_

1	2	3	4	5	$\Sigma$

## ANALIZA MATEMATYCZNA 1

### Kolokwium 2.

Wrocław, 22 grudnia 2009

- Niech  $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$ .
  - Wyznacz pochodną funkcji  $f$ .
  - Udowodnij, że granicą  $f'$  w punkcie 0 jest liczba  $\frac{1}{2}$ .
- Niech  $f(x) = \frac{\ln(\frac{1}{2} + x^2)}{\frac{1}{2} + x^2}$ .
  - Wyznacz  $f'(x)$ .
  - Udowodnij, że wartością najmniejszą funkcji  $f$  jest liczba  $(-2 \ln 2)$ , a wartością największą — liczba  $\frac{1}{e}$ .
- Oblicz całkę nieoznaczoną  $\int \frac{1}{\sqrt{x+1} + x+1} dx$ .
- Oblicz całkę nieoznaczoną  $\int \frac{x}{(\cos x)^2} dx$ .
- Udowodnij, że wielomian  $x^5 - 5x^3 + 6$  ma pierwiastek w przedziale  $(1, 2)$ .

Podpowiedzi:

- $\frac{f'(x)}{f(x)}$  całkuje się przez podstawienie  $y = f(x)$
- liczenie granic ułatwia reguła de l'Hospitala
- funkcja ciągła ma własność Darboux
- $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{(\cos x)^2}$
- $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

Mateusz Kwaśnicki