

Imię i nazwisko: _____

1	2	3	4	Σ

ANALIZA MATEMATYCZNA 1
KOŁOKWIUM 2
WROCLAW, 29 STYCZNIA 2009

1. Student właśnie skończył pisać kolokwium z algebry i za 24 godziny ma kolokwium z analizy. Jedzenie, picie, mycie się, rozmowa z rodzicami itp. zajmują studentowi 4 godziny dziennie, zatem zostało mu 20 godzin na spanie i naukę. Niech t oznacza czas poświęcony na naukę, wyrażony w godzinach; mamy więc $0 \leq t \leq 20$. Wynik studenta na kolokwium z analizy, wyrażony w punktach, można przybliżyć wzorem

$$f(t) = t^{\frac{3}{2}} \log_3 \frac{20}{t}.$$

Ile czasu powinien student poświęcić na naukę, żeby uzyskać najlepszy możliwy wynik? Ile punktów uzyska wtedy na kolokwium?

Prawidłowe wyniki to $t = 20e^{-\frac{2}{3}} \approx 10$ h 16 min, $f(t) \approx 20$ p.

Wskazówka: $\log_3 x = \frac{\ln x}{\ln 3}$.

2. Korzystając z reguły de l'Hospitala, oblicz granicę

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}.$$

3. Korzystając z twierdzenia o całkowaniu przez części, oblicz całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{\ln x}{x^2} dx.$$

4. Oblicz całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{1 - \cos x}{(1 + \cos^2 x) \sin x} dx.$$

Mateusz Kwaśnicki