

## Rozkład normalny i centralne twierdzenie graniczne

### Lista zadań nr 5

- (1) Masę ciała noworodka w dniu urodzin można z dobrym skutkiem przybliżyć rozkładem normalnym. Dla dziewczyń średnia waga przy urodzeniu to  $\mu = 3,232$  kg, zaś wariancja wynosi  $\sigma^2 = (0,479 \text{ kg})^2$ . Ewka przy urodzeniu ważyła 5,080 kg. Jaki przeciętnie odsetek dziewczyń waży przy urodzeniu tyle lub więcej?
- (2) Orzeszek ziemny waży średnio 0,45 g, wariancja wynosi  $(0,05 \text{ g})^2$ . W sprzedawanych paczkach jest dokładnie 1111 orzeszków, a opis mówi, że paczka zawiera ich 500 g. Mniej więcej jak duży odsetek paczek zawiera więcej niż 502 g lub mniej niż 498 g? A jaki więcej niż 505 g lub mniej niż 495 g?  
Wskazówka: na mocy centralnego twierdzenia granicznego waga orzeszków ma mniej więcej normalny rozkład.
- (3) Jeden ze stu pracowników zakładu paczkującego orzeszki ziemne według powyższego przepisu oszukuje i do paczki wkłada zaledwie 1100 orzeszków. Kupiona przez nas paczka zawiera 495 g orzeszków. Jakie jest prawdopodobieństwo, że została ona przygotowana przez oszusta?
- (4) Oczywiście przybliżanie masy ciała noworodka czy wagi orzeszka ziemnego rozkładem normalnym odrobinę nie ma sensu, wszak taka masa nigdy nie jest ujemna, za to zmienna o rozkładzie normalnym przyjmuje ujemne wartości z dodatnim prawdopodobieństwem. Oblicz „prawdopodobieństwo” że masa noworodka-dziewczyny jest ujemna oraz „prawdopodobieństwo”, że masa orzeszka jest ujemna, jeśli korzystamy z przybliżeń omówionych w powyższych zadaniach.
- (5) Załóżmy, że obecne poparcie dla partii politycznych to: 34% PO, 33% PiS, 13% SLD, 8% RP, 5% PSL, 3% NP, 2% SP, 1% PjN (dane za badaniem TNS Polska dla TVP Info z 10–11 kwietnia 2013). Przypuśćmy, że ankietujemy losowo wybrane 1000 osób. Jakie jest w przybliżeniu prawdopodobieństwo, że w takiej ankiecie PO osiągnie co najmniej 40%? Jaka jest szansa, że łączne poparcie dla PO i PiS przekroczy 70%? Z jakim prawdopodobieństwem w naszym sondażu PiS przegoni PO?  
Wskazówka: na mocy centralnego twierdzenia granicznego zmienna losowa: „liczba ankietowanych popierających PiS – liczba osób popierających PO” ma mniej więcej rozkład normalny, trzeba wyznaczyć jego parametry.
- (6) Jakie jest mniej więcej prawdopodobieństwo, że w ankiecie z poprzedniego zadania poparcie dla PO przekroczy 35% i *jednocześnie* poparcie dla PiS będzie mniejsze niż 30%? A jakie jest prawdopodobieństwo, że PjN pokona SP, a jednocześnie SP pokona NP? Wynik możesz przedstawić w postaci całki podwójnej z odpowiedniej funkcji po odpowiednim obszarze (choć zachęcam do przybliżonego wyznaczenia tej całki za pomocą wybranego pakietu matematycznego).

Wskazówka: wektor losowy „liczba ankietowanych popierających PO, liczba ankietowanych popierających PiS” ma w przybliżeniu wielowymiarowy rozkład normalny, trzeba wyznaczyć jego parametry.

Uwaga: dystrybuentę standardowego rozkładu normalnego  $\mathcal{N}(0, 1)$ , czyli funkcję  $\Phi(x)$ , można w Maximie i WolframAlpha obliczać jako  $(1 + \operatorname{erf}(x/\sqrt{2}))/2$ .