

ANALIZA MATEMATYCZNA 1

LISTA ZADAŃ NR 3

RÓWNIANIA, NIERÓWNOŚCI, WYKRESY I WARTOŚĆ BEZWZGLĘDNA

Rozgrzewka

1. Rozwiąż równanie i nierówność:

$$x + 2|x| = 9;$$

$$|x - 3| + 2|x + 3| \leq 15.$$

2. Zaznacz na płaszczyźnie zbiory:

$$A = \{(x, y) : \max(|x|, |y|) = 1\};$$

$$B = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 1\};$$

$$C = \{(x, y) : |x y| \leq 1\}.$$

3. Naszkicuj wykresy funkcji:

$$f(x) = \frac{|x + 1| - |x - 1|}{2};$$

$$g(x) = |x - 1| + |x + 1| - 2|x|.$$

Ćwiczenia

1. Rozwiąż równania:

$$\begin{aligned} x^2 - 3x + |x - 1| &= 1; & x^2 - 4|x| + 3 &= 0; \\ \left| \left| |x| - 1 \right| - 1 \right| - 1 &= 0; & \left| \left| |x| - 1 \right| - 1 \right| - 1 &= 1; \end{aligned}$$

i nierówność

$$x^2 \leq |x - 1| + |x + 1|.$$

2. Zaznacz na płaszczyźnie zbiory:

$$A = \{(x, y) : \frac{1}{2} \leq \max(|x|, |y|) \leq 2\};$$

$$B = \{(x, y) : |x| + |y| \geq 2\};$$

$$C = \{(x, y) : |x| - |y| \leq 1\};$$

$$D = \{(x, y) : |x| \leq y^2 - 2|y| + 1\}$$

$$E = \{(x, y) : x^2 + y^2 < 2|x| + 2|y|\}.$$

3. Naszkicuj wykresy funkcji:

$$f(x) = |x - 2| + |x + 2| - |x - 1| - |x + 1|$$

$$g(x) = \sin \left| x + \frac{\pi}{4} \right|;$$

$$h(x) = \left| \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right|.$$

4. Na prostej dane są dwa punkty. Aby dojść do prawego z nich, należy rozpocząć od środka i przejść w prawo połowę odległości między nimi. Jak w takim razie wyrazić $\max(a, b)$ bez użycia symbolu „max”?

Odpoczywać po tej liście nie trzeba.