

TOPOLOGIA

Lista zajawkowa

1. Co oznacza słowo **topologia**?
2. Czy kwadrat $\{(x, y) : 0 < x < 1 \wedge 0 < y < 1\}$ można przedstawić w postaci sumy (nieskończenie wielu) kół?
3. Czy jeśli ciąg (x_n) jest zbieżny, to z każdego jego podciągu (x_{k_n}) można wybrać pod-podciąg $(x_{k_{l_n}})$ zbieżny?

Czy jeśli z każdego podciągu (x_{k_n}) ciągu (x_n) można wybrać pod-podciąg $(x_{k_{l_n}})$ zbieżny, to ciąg (x_n) jest zbieżny?

4. Jak określić **odległość między figurami** na płaszczyźnie?

Odległość (częściej nazywana *metryką*) to taka funkcja $d(p, q)$, która spełnia trzy warunki:

- Te same miejsca dzieli zerowa odległość ($d(p, p) = 0$), a różne — niezerowa ($d(p, q) > 0$ gdy $p \neq q$).
- Z miejsca p do miejsca q jest tak samo daleko, jak z miejsca q do miejsca p ($d(p, q) = d(q, p)$).
- Droga z miejsca p do miejsca q jest krótsza (a przyjemniej nie dłuższa) niż droga z p do q przez r ($d(p, q) \leq d(p, r) + d(r, q)$).

Dwa pierwsze pomysły na odległość między figurami P i Q są następujące:

- Odległość najbliższych sobie punktów P i Q ,
- Odległość najdalszych sobie punktów P i Q .

Dlaczego są to złe pomysły? Jaki jest dobry pomysł?

5. Dla każdej podanej pary zbiorów A i B odpowiedzieć na pięć pytań:

Czy istnieje bijekcja między A i B ciągła w obie strony?

Czy istnieje funkcja ciągła ze zbioru A **na** zbiór B ?

Czy istnieje funkcja ciągła ze zbioru B **na** zbiór A ?

Czy istnieje różnowartościowa funkcja ciągła z A w B ?

Czy istnieje różnowartościowa funkcja ciągła z B w A ?

Pary zbiorów A i B to:

- (a) odcinek $(0, 1)$ i odcinek $[0, 1]$,
- (b) odcinek $(0, 1)$ i \mathbf{R} ,
- (c) odcinek $[0, 1]$ i \mathbf{R} ,
- (d) zbiór liczb rzeczywistych i zbiór liczb niewymiernych,
- (e) koło i kwadrat (obie figury z brzegiem),
- (f) koło z dziurą (pierścień) i koło bez dziury,
- (g) kwadrat i odcinek,
- (h) odcinek i kwadrat,
- (i) dętka i piłka,
- (j) logo Mercedesa i logo Hondy,
- (k) rajstopy i obrus,
- (l) rajstopy i legginsy (podpowiedź dla facetów: kalesony bez rozporoka),
- (m) kobieta i mężczyzna (tzn. znaczki σ i \wp).