

Lista zadań nr 1: liczby zespolone

(1) Zapisz w postaci algebraicznej (tj. wykonaj działania):

$$3i - 4, \quad i(2 - i), \quad (-1 + i)(2 + 3i), \quad \frac{-1 + i}{2 + 3i}.$$

(2) Wyznacz wszystkie liczby zespolone, których kwadrat wynosi

$$(a) -1; \quad (b) i; \quad (c^*) 1 + i.$$

(3) Zapisz w postaci algebraicznej (tj. wykonaj działania):

$$i^4, \quad (1 + \sqrt{3}i)^6, \quad (1 + i)^8, \quad (\sqrt{3} + i)^{12}.$$

(4) Liczba zespolona z spełnia równanie $z^n = 1$ (gdzie n jest ustaloną dodatnią liczbą całkowitą). Sprawdź, że potęgi liczby z (czyli z, z^2, z^3 itd.) też spełniają to równanie.

(5) Sprawdź, że dowód twierdzenia Bézouta* jest poprawny w dziedzinie zespolonej i wobec tego wielomian zespolony stopnia n ma co najwyżej n pierwiastków.

(6) Wyznacz wszystkie liczby zespolone, których (a) czwarta; (b) szósta; (c) ósma; (d) dwunasta potęga wynosi 1. Wskazówka: wykorzystaj poprzednie trzy zadania!

*Nazwa jest myląca, twierdzenie jest dużo starsze.