

Lista zadań nr 2: postać trygonometryczna

(1) Zapisz w postaci trygonometrycznej:

$$1 + i, \quad 1 - i, \quad -1 + i, \quad -\sqrt{3} + i, \quad (1 + i)(\sqrt{3} + i).$$

(2) Niech α będzie miarą kąta ostrego, którego sinus jest równy $\frac{3}{5}$. Zapisz w postaci trygonometrycznej

$$3 + 4i, \quad 4 + 3i, \quad -4 + 3i, \quad -3 - 4i.$$

(3) Zapisz w postaci trygonometrycznej z^2 , z^3 , z^n (gdzie n jest liczbą naturalną), $\frac{1}{z}$ oraz \bar{z} , jeśli wiadomo, że $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ (oraz $r > 0$, $\varphi \in \mathbb{R}$).

(4) Znajdź rozwiązania (w postaci trygonometrycznej*) równania $z^5 = i$.

(5) Niech a będzie ustaloną liczbą zespoloną. Funkcje $f(z) = z + a$, $g(z) = az$ odwzorowują płaszczyznę zespoloną w siebie. Jak opisać działanie tych przekształceń geometrycznie, tj. przy pomocy przesunięć, obrotów, symetrii, jednokładności? Jak opisać przesunięcia, obroty, symetrie i jednokładności przy pomocy operacji na liczbach zespolonych?

(6) Jak przekształca płaszczyznę zespoloną odwzorowanie $f(z) = z^2$?

*Znajdź też postać algebraiczną, np. przy pomocy WolframAlpha.