Lista zadań nr 4: rozkład permutacji na cykle

(1) Zapisz permutacje z poprzedniej listy zadań w postaci iloczynu cykli rozłącznych.
(2) Zapisz permutację $(1, 2, 3, 4) \cdot (6, 5, 4, 3) \cdot (2, 3, 4, 5)$ w postaci iloczynu cykli rozłącznych.
(3) Wyznacz rząd cyklu długości r.
(4) Udowodnij, że permutacja, która jest iloczynem cykli rozłącznych o długościach r_1, r_2, …, r_k, ma rząd równy najmniejszej wspólnej wielokrotności r_1, r_2, …, r_k.
(5) Wyznacz wszystkie możliwe rzędy permutacji zbiorów $\{1, 2, 3, \ldots, n\}$ dla $n = 4$, $n = 5$ i $n = 6$.
(6) Niech $\sigma = (1, 2, 3, 4, \ldots, n - 1, n)$ oraz $\tau = (1, 2)$ (jak w zadaniach (4) i (5) z poprzedniej listy zadań). Wyraź dowolną transpozycję postaci $(k, k+1)$ (zamiana dwóch sąsiednich wartości) jako iloczyn pewnej liczby czynników σ i τ.
(7) Wyraź dowolną transpozycję (i, j) jako iloczyn pewnej liczby transpozycji postaci $(k, k + 1)$.
(8) Udowodnij, że każdą permutację można zapisać jako iloczyn pewnej liczby czynników σ i τ z zadania (5).